遺伝的アルゴリズムによる巡回セールスマン問題の一解法

A Genetic Algorithm for the Treveling Salesman Problem

倪　永茂

NI Yongmao

Abstract

巡回セールスマン問題とは，いわゆるNP完全問題の一つで，与えられたすべての都市をそれぞれ一度ずつ訪れる経路の中で最短の経路を求めるという問題である。都市の数が増えると，道順の組合せが爆発的に増えるので，手に負えない問題とされている。一方，遺伝的アルゴリズムは，生物の進化にヒントを得たアルゴリズムで，確率的探索・最適化の一手法として最近注目をあつめている。

本文では，巡回セールスマン問題について，遺伝的アルゴリズムを用いた効率的解決法を提案する。また，行なった比較検証実験の結果から，その有効性を示す。

1　まえがき

巡回セールスマン問題では，都市の数が多くなると最短経路を発見するための計算時間が急激に増加していき，実用的な時間内で解けなくなってしまうという性質を有する。つまり，巡回セールスマン問題はいわゆるNP完全というクラスの問題の代表である。その実用性から昔から多くの研究者を悩ませてきた。

一方，遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithms ： GA）は，生物進化（選択淘汰・突

然変異）の原理に着想を得たアルゴリズムであり，確率的探索・最適化の一手法と考えることができる。歴史的にみると，遺伝的アルゴリズムは，John Holland により1970年頃から導入され，1975年に正式に発表された。1985年には国際遺伝的アルゴリズム学会が誕生し，以降２年ごとに国際会議が開催されている。このように，遺伝的アルゴリズムの研究が本格的になされたのは最近になってからであり，発展途上の研究領域である。

巡回セールスマン問題への適用は，遺伝的アルゴリズム研究の初期段階からあった。第１回目の国際会議には２件の関する論文，第２回目には４件の論文が発表された。それは NP 完全問題である巡回セールスマン問題を遺伝的アルゴリズムを用いて効率的に解くことができれば，ほとんどあらゆる最適化・探索の問題に適用可能な枠組みを提供することにつながるからであろう。

本文では，巡回セールスマン問題に対し，遺伝的アルゴリズムにおける遺伝的操作を改良した上，経験則を導入したことで，効率的解決法を提案する。さらに比較検証実験を行い，その結果から本方法の有効性を示す。

2　準備

2.1　巡回セールスマン問題とは

巡回セールスマン問題（The Traveling Salesman Problem ： TSP）とは以下のような問題である（Fig. 1）。

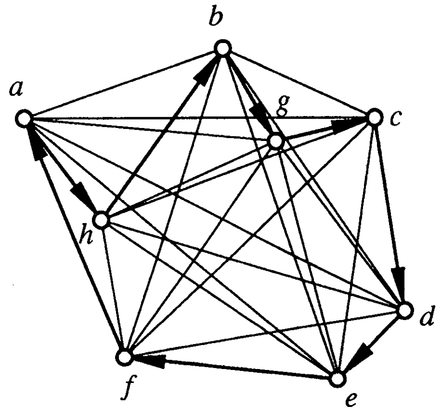

Fig. 1　巡回セールスマン問題の例

１人のセールスマンが都市のリストを持っており，すべての都市を１回ずつ訪問しなければならない。ただし，どの２都市間にも，直接つなぐ道路があるとする。このとき，あ

る都市から出発し，再びその都市に戻る場合の最短距離になる巡回経路をみつけよ。

2都市間には必ず直接つなぐ道路があるという以上の仮定は，実用性に何ら問題もないことを指摘しておきたい。なぜなら，実際に道路のないところは，距離的に非常に長い仮想道路でつなげばよいからである。最短距離となる巡回経路にこれらの仮想道路が入らないことは容易に証明できる。

この問題は，原則的に簡単に解くことができる。つまり，単にすべての道順の組合せである巡回経路を1つ1つ調べ，その中から最短距離となるものを答にすればよい。

ただし，この手法で実用的に解けるのは，都市数がごく少数の場合のみである。都市数が多くなると組合せ的爆発 (combinatorial explosion) が起こり，すぐに手に負えなくなる。つまり，都市数を N とすると，全都市を巡る異なる道順の組合せの総数は $(N-1)!$ であり，そのうちの1つの経路を試すのに N に比例した時間がかかる。したがって，すべての経路を調べるのに要する全時間は $O(N!)$ となる。わずか25都市の場合でさえ，$24! = 6204,4840,1733,2394,3936,0000 \approx 6\times10^{23}$ 通りの経路が存在する。倍の50都市になると，経路の数がたちまち $49! \approx 6\times10^{62}$ となり，天文学的膨大な計算時間が必要になってしまう。

いままで，巡回セールスマン問題を解く方法の1つに，人工知能分野の分岐限定 (branch and bound) と呼ばれる手法がある。この方法では，これまでの経路の最短距離を記憶しておき，新しい道順の組合せを考えるとき，その経路の部分長が記憶しておいた最短距離よりも長くなると，すぐさま経路の残り部分の組合せを中止し，別の道順の組合せを考える。この手法は効率は上がるものの，それでも指数時間を要し，大規模な問題を解くにはまだ不十分である。

また一方，巡回セールスマン問題はNP完全問題［7］であることが証明され，いまのところ，都市数 N に関して多項式時間の解法が存在しないとされている。

2.2 遺伝的アルゴリズム

一方，遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms ： GA) は，自然界の生物進化の過程をモデル化したアルゴリズムで，確率的探索・最適化の一手法として注目をあつめている。

遺伝的アルゴリズムでは，まず複数個の個体からなる集団 (population) を考える。各個体は1つまたは複数の染色体 (chromosome) をもち，染色体は複数個の遺伝子 (gene) の並びによって特徴づけられる。各個体が環境に適応する度合は適応度 (fitness) とよば

れ，染色体と適応度を対応させる関数を適応度関数（fitness function）という，

これらの個体集団のもと，繁殖と淘汰を繰り返して適応度の高い個体を生成していく。初期世代は通常ランダムに生成される。繁殖では，個体集団の中から対を取り出し，染色体の交叉（crossover）によって新しい個体を生成する。生成された個体は一定の確率で突然変異（mutation）を起こす。淘汰では，各個体の適応度にしたがって次世代の個体集団を構築する（Fig.2）。

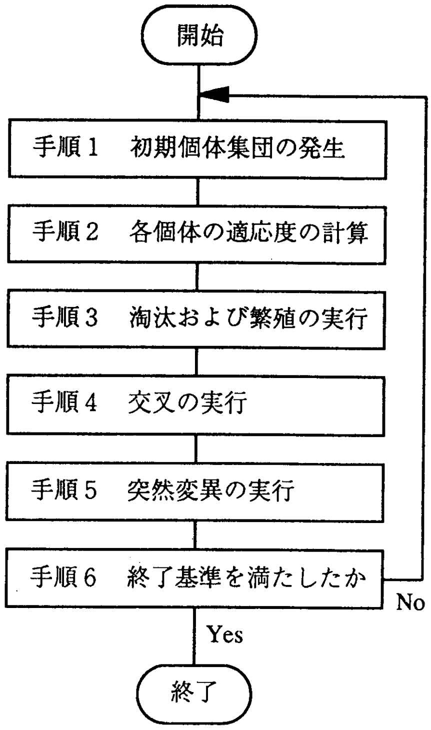

Fig.2　遺伝的アルゴリズムの処理手順

2.3　巡回セールスマン問題に対する交叉操作

遺伝的アルゴリズムを実際の巡回セールスマン問題に適用するには，以下のような交叉操作が考え出されている。

巡回セールスマン問題における 1 つの巡回経路を，出発点とする都市から，訪れる順番にしたがって都市名を列挙したリストで表現したとする。この表現方法はパス表現（path representation）とよばれる。

たとえば，パス表現で $\langle eacbd \rangle$ は，最初に都市 e を訪れ，つぎに都市 a を訪れ，3 番目に都市 c を訪れ，4 番目に都市 b を訪れ，5 番目に都市 d を訪れ，最後にまた都市 e に

戻ることを意味する。

しかし，個体の表現方法としてパス表現を用いた場合，交叉操作により致死個体が生成されてしまう恐れが出てくる。致死個体とは，巡回経路として不適切なものであり，すべての都市を巡りきれなかったり，同じ都市へ何度も訪れるといった経路を表現するような個体になることである。たとえば，2つの個体 $\langle eacbd \rangle$ と $\langle abcde \rangle$ を2番目で単純に1点交叉させると，それぞれ $\langle ebcde \rangle$ と $\langle aacbd \rangle$ となり，巡回セールスマン問題の巡回経路としての意味をなさなくなってしまう。

この問題を解決するためにGrefenstetteらは，交叉によって致死個体が生まれないような表現方法として順序表現（ordinal representation）を提案した［4］。この方法では，つぎに訪れる都市について，その都市名の代わりに，その都市が未訪問都市のリストの中で何番目になっているか，その番号を用いて表現する。

たとえば，パス表現 $\langle eacbd \rangle$ は，順序表現で表すと［51211］となる。つまり，最初に訪れる都市 e は未訪問都市リスト（$abcde$）の5番目にあたり，つぎに訪れる都市 a は未訪問都市リスト（$abcd$）の1番目にあたり，3番目に訪れる都市 c は未訪問都市リスト（bcd）の2番目にあたり，4番目に訪れる都市 b は未訪問都市リスト（bd）の1番目にあたり，5番目に訪れる都市 d は未訪問都市リスト（d）の1番目にあたるので，このような順序表現になる。

順序表現を用いることによって，交叉によって致死個体が生まれるのを防ぐことができる。たとえば，パス表現 $\langle eacbd \rangle$ と $\langle abcde \rangle$ の順序表現はそれぞれ［51211］と［11111］であるが，2つの個体［51211］と［11111］を，パス表現の場合と同様に2番目で単純に1点交叉させると，それぞれ［51111］と［11211］となる。パス表現に直すと，それぞれ $\langle eabcd \rangle$ と $\langle abdce \rangle$ であり，巡回セールスマン問題の巡回経路として意味をなす。

致死個体を抑制する別の工夫として，部分写像交叉（partially mapped crossover）［5］，交叉順序（ordered crossover）［6］，周期交叉（cycle crossover）［6］等がある。

3　遺伝的アルゴリズムによる解法

ここで，巡回セールスマン問題に対する遺伝的アルゴリズムについて，われわれの採用している遺伝的操作法および導入した経験則を示す。

3.1　遺伝的操作について

3.1.1 交叉操作

順序表現では，致死個体の生成を防ぐものの，親の形質を破壊してしまう問題を抱えている。ここでは，以下のように巡回経路の表現に基本的にパス表現を用いることとする。

まず，一方の親が，都市名が隣り合っている都市の間の距離を測り，それが，あらかじめ決めておいたしきい値よりも小さいときは，都市名をそのまま残す。大きいときにはそこを，都市名の重複が出ないように，他方の親の都市名で埋める。この操作を，親を入れ換えてもう一度行い，子を2つ作り出す。

3.1.2 突然変異の利用

突然変異は巡回セールスマン問題においては，致死個体の抑制という観点から，従来の研究ではほとんど利用されていなかったが，ここでは同一個体のパス表現に対して，突然変異率より，2つの都市を決めてそれらを入れ換えることで実現させる。

都市の入れ換えによるこの実現法は，致死個体を生成することなく，個体の多様性を確保し，局部解に陥るのを防ぐことができる。ただし，突然変異率の値を大きく取りすぎると，親の形質を破壊してしまう個体が多く出てくるので，実際の問題に適用するときにその値を調整して決める必要がある。

3.1.3 淘汰および繁殖

交叉操作および突然変異により，集団に同一の個体が複数重複して存在することがある。しかし，ここでは，これらの重複を認めないこととする。これは，個体の重複を許すと，集団が同一の個体で占められてしまい，局部解に収束するおそれがあることが考えられるからである。

巡回セールスマン問題では巡回経路の出発点が任意でよいことから，パス表現 $\langle abcde \rangle$ と $\langle cdeab \rangle$ とは同一の個体とみなす。さらに，巡回経路の向きが2通りあり得ることから，$\langle abcde \rangle$ と $\langle aedcb \rangle$ とも同一の個体とみなす。

3.1.4 エリート保存戦略

淘汰および繁殖において，集団中で最も適応度の高い個体をそのまま次世代に残す戦略を取る。

この戦略を採用したのは，その時点までの最も良い解が交叉操作や突然変異で破壊され

ることを防ぐことができるからである。この戦略により，最短距離を有する巡回経路が最終世代まで継承されることが保障される。

3.1.5　適応度の計算

従来の研究では，適応度関数は巡回経路の長さの逆数で計算する［2］が，ここでは，逆数の計算に時間がかかることから，巡回経路の長さの値が小さいほど，適応度が高いとし，適応度関数を定義し直した。

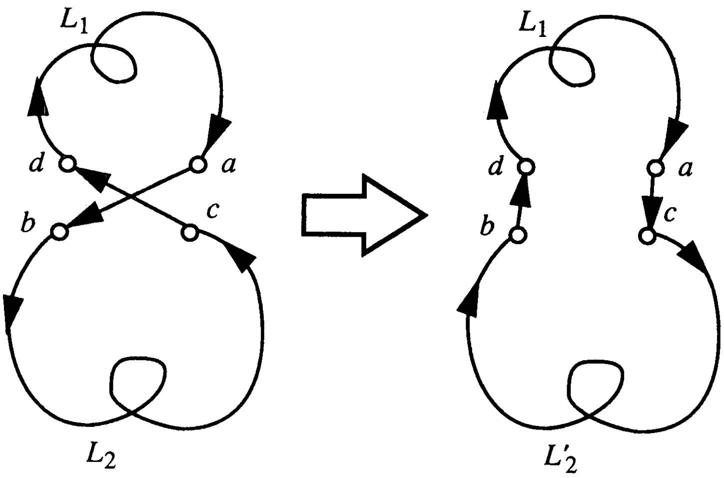

Fig.3　経験則による巡回経路の短縮

3.2　経験則の導入

遺伝的操作とは別に，経験的な解の改良方法を導入する。

Fig.3 において，$a \rightarrow b$，$c \rightarrow d$ の２つの道を $a \rightarrow c$，$b \rightarrow d$ へ変更し，同時に L'_2 を L_2 の逆順とする。

このとき，L'_2 と L_2 は同じ長さであるので，変更前後の巡回経路の長さの差は変更部分の差となり，

$$Length\ (a \rightarrow b) + Length\ (c \rightarrow d) > Length\ (a \rightarrow c) + Length\ (b \rightarrow d)$$

が成立すれば，巡回経路が短縮される。

4　検証実験

以上で提案した遺伝的アルゴリズムの有効性を確認するために，DEC OSF／1ワーク

ステーション上に，C 言語を用いて実装し，数値検証実験を行った。

比較検討ができるように，従来の研究と同様，平面上にランダムな都市を配置し，各世代における巡回経路の最短距離の推移を求め，扱える問題の大きさ，解の質，収束速度について考察を行った。

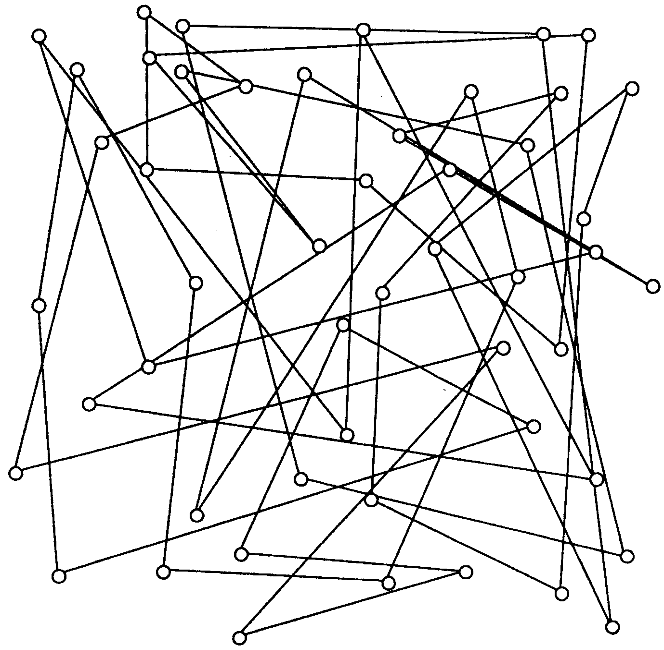

Fig.4　初期世代における巡回経路（50の都市）

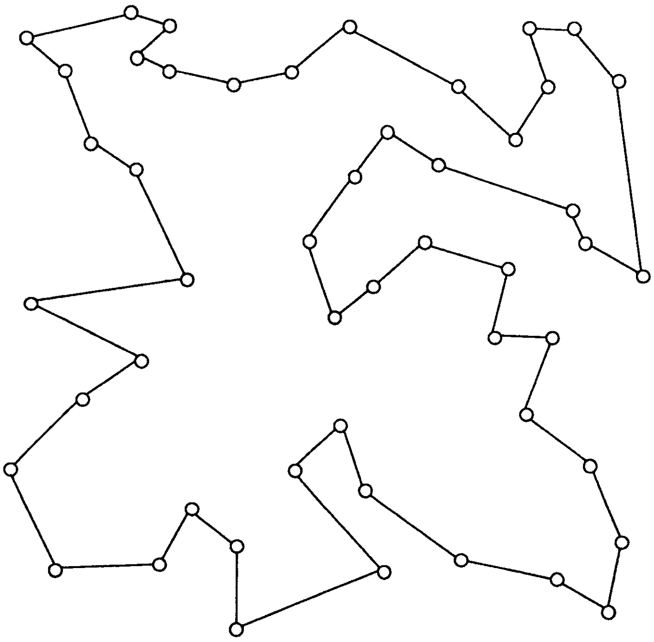

Fig.5　最終世代から得た巡回セールスマン問題の解（50の都市）

1.0×1.0の正方形の範囲でランダムに配置した50, 100, 200, 500の都市について，乱数の初期値を変えながら，それぞれ100回の試行を行なった。遺伝的操作のパラメータについては，集団サイズを10，交叉率を0.4，突然変異率を0.05，打ち切り世代数をそれぞれ500，1000，2000，10000世代とした。

50の都市における巡回経路の例を Fig.4，Fig.5に示した。10の個体のそれぞれに対応した巡回経路の中に最短距離を有するものを，初期世代と最終世代からそれぞれピックアップすると，Fig.4および Fig.5であった。

Table 1 に，それぞれの都市数に対して，初期世代における巡回経路の最短距離，最終世代における巡回経路の最短距離を，100回試行の平均をとった値を示す。

Table 1 巡回経路の最短距離の推移

都市数	初期世代の最短距離	最終世代の最短距離
50	25.1	4.6
100	51.3	8.2
200	97.2	10.8
500	247.4	17.8

5 むすび

本文では，巡回セールスマン問題に対し，遺伝的アルゴリズムにおける遺伝的操作を工夫した上，経験則を導入したことで，効率的解決法を提案した。さらに比較検証実験を行い，その結果から本方法の有効性を示した。今後の研究方向としては，遺伝的アルゴリズムの適用できる問題領域を広げることがあげられる。

References

[1] 安居院猛，長尾智晴：ジェネティックアルゴリズム，昭晃堂（1993）.

[2] 北野宏明：遺伝的アルゴリズム，産業出版（1993）.

[3] 北野宏明：遺伝的アルゴリズム 2，産業出版（1995）.

[4] Grefenstette, J., Gopal, R., Rosmatia, B. And Gucht, V.: Genetic Algorithms for the Traveling Salesman Problem, *Proc. 1 St. ICGA* (1985).

[5] Goldberg, D.E. and Ligle, R.Jr.: Alleles, Loci and the Traveling Salesman

Problem, *Proc. 1 St. ICGA* (1985).

[6] Goldberg, D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, *Addison-Wesley*, *Reading*, *Mass*. (1989).

[7] Gerey, M.R. and Johnson, D.S.: Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness, *W. H. Freeman and Company* (1979).

(1996年11月1日受理)